

Un éclairage historique pour l'enseignement des nombres négatifs

Anne Boyé, Xavier Lefort

IREM des Pays de la Loire, France

anne.boyé@neuf.fr, xavier.lefort@iutns.univ-nantes.fr

Abstract

En notre XXI^e siècle, les nombres négatifs peuvent sembler familiers aux élèves qui les rencontrent quotidiennement.

Pour autant, même si -2 peut représenter une température, un deuxième sous sol, est-il si facile de penser -2 comme «un» nombre ? Est-il facile d'admettre que -5 soit inférieur à 2 ? Pourquoi un chemin de 5 km dans un sens serait-il plus petit qu'un chemin de 2 km dans l'autre sens ? Comment peut-on ajouter quelque chose à 5 pour obtenir 2 ? Comment la lettre «a» peut-elle désigner quelque chose de négatif, alors qu'il n'y a aucun signe $-$? Nos élèves ne se heurtent-ils pas à la difficulté du passage des «quantités négatives» à l'abstraction «nombre négatif», qui a marqué toute l'histoire des nombres ?

En France, l'introduction des nombres négatifs se fait dans la deuxième classe du collège (environ 12 ans), mais les difficultés avec ces nombres persistent plus ou moins jusqu'à la fin des études secondaires. Nous supposons que la situation française n'est pas isolée et qu'il en est de même dans les autres pays.

La naissance du concept de «nombre négatif» a demandé de longs siècles d'interrogation. Étudier ce long cheminement de la pensée peut permettre de mieux comprendre les obstacles auxquels peuvent être confrontés nos élèves et peut-être d'imaginer quelques moyens pour les aider à les franchir.

Nous essaierons de comprendre pourquoi la référence à un modèle concret s'est révélée être un obstacle à la compréhension de ce qu'est un nombre négatif.

La lecture des textes historiques que nous proposerons aux participants et participantes de l'atelier nous permettra de nous interroger par exemple sur :

1. les paradoxes implicites du négatif, lié à l'expérience usuelle du nombre «mesure» ou «grandeur»: comment concevoir une quantité négative isolée ? Comment retirer quelque chose de rien ? Comment passer du zéro absolu au zéro relatif ?

2. l'idée implicite que les nombres ne peuvent être que positifs; ce sont les quantités qui peuvent être négatives ou positives. Une quantité négative se définit par une opposition à une quantité positive: un chemin dans une direction, un chemin dans une direction contraire; un gain, une dette, ...

3. les difficultés liées au choix du même signe – pour représenter l'opposé et la soustraction.

4. l'impossibilité de trouver un modèle concret unifiant, permettant d'illustrer à la fois les deux opérations d'addition et de multiplication, et les obstacles sur la règle des signes pour la multiplication, ou sur la division.

Comme conclusion, nous pourrions discuter de la pertinence de quelques exemples de stratégies imaginées pour l'enseignement des négatifs dans nos classes du secondaire et comparer les situations dans nos différents pays.

Extraits de textes qui seront étudiés dans l'atelier, et seront distribués à la fois en version française et anglaise. (All these excerpts will be translated in English or in French)

1 – Introduction de *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques*, Jean Robert Argand, Paris, 1806.

2 – *Géométrie de position*, Lazare Carnot, Paris, 1803

3 – *Éléments d'Algèbre*, Alexis Clairaut, Paris, 1746

4 – *Elements of Algebra*, Augustus De Morgan, London, 1837.

5 – article « *Négatif* » par Jean Le Rond D'Alembert, *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, arts et métiers*, Paris, 1751-1765.

6 – *La Géométrie*, René Descartes, Paris, 1637.

7- *Éléments d'algèbre*, Leonhard Euler, 1774. *Elements of algebra*, 1797.

8 – *A treatise of algebra*, Colin Maclaurin, London, 1748.

9 - *A dissertation on the use of the negative sign in algebra*, Francis Maseres, London, 1758.

10 – *Vie de Henry Brulard*, Stendhal, Paris, 1835.

11 – *Treatise of algebra*, John Wallis, London, 1685.

Ces textes sont tous téléchargeables. (These excerpts can be all uploaded on the net).
